ASPECTOS DA LÓGICA DE LEONHARD EULER

Aspects of Leonhard Euler´s Logics

John A. Fossa
UFRN

Resumo: Investigamos a lógica de Leonhard Euler com ênfase no papel dos "diagramas de Euler". Concluímos que os referidos diagramas constituem um instrumento intuitivo, embora não sistemático, para determinar validade na silogística tradicional, isto é, a silogística munida de implicações conversacionais (importância existencial). Nisto, contrastam-se com os diagramas de Venn que constituem um instrumento sistemático, porém menos intuitivo, para determinar validade numa silogística mais voltada para os fundamentos da matemática moderna.

Palavras-chave: História da Lógica. Leonhard Euler. Diagramas de Euler. Diagramas de Venn.

Abstract: We investigate the logic of Leonhard Euler, giving emphasis to the role of "Euler diagrams". We conclude that these diagrams are an intuitive, non-systematic instrument for determining validity in the traditional syllogistic, that is, the syllogistic furnished with conversational implications (existential import). In this regard, they contrast with Venn diagrams which are a systematic, less intuitive instrument for determining validity in a syllogistic more appropriate for the foundation of modern mathematics.

Keywords: History of Logic. Leonhard Euler. Euler Diagrams. Venn Diagrams.

Atendendo a um convite de Frederico II (1712-1786), Rei da Prússia, Leonhard Euler (1707-1783) passou 25 anos (1741-1766) em Berlim, onde foi membro da recém-fundada Academia prussiana. Por volta de 1760, Frederico pediu a Euler para ajudar na educação da sua sobrinha, Sophie Friederike Charlotte Leopoldine von Brandenburg-Schwedt (1745-1808), uma moça de 15 anos que se tornaria, mais tarde, a Princesa de Anhalt-Dessau, um principado no centro-leste da atual Alemanha. A instrução de Euler tomou a forma de cartas, escritas (em francês) de 1760 a 1762 e posteriormente publicadas sob o título *Lettres à une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de* *physique et de philosophie* (ver Euler, 1770). Nesta obra, Euler abordou, entre muitos outros assuntos, a lógica da silogística, seguindo, sem qualquer inovação teórica, a doutrina tradicional aceita na época. Na sua exposição, no entanto, lançou mão de uma invenção genial, a saber, certos diagramas, agora conhecidos como "diagramas de Euler", que podiam ser usados para averiguar a validade, ou não, de argumentos silogísticos.

No que segue, analisaremos a doutrina lógica apresentada por Euler na mencionada obra, com referência especial ao papel desempenhado pelos referidos diagramas. Visto que, nos tempos de Euler, muito do que é mais propriamente concebido como epistemologia foi subsumido sob o nome 'lógica', iniciaremos com as teses epistemológicas que nosso autor apresenta como substrato filosófico para a silogística.

Matéria e Espírito

Euler nasceu em Basileia, uma cidade conservadora, baluarte do calvinismo e da residência de Johann Bernoulli (1667-1748), reconhecido pelos seus contemporâneos como o maior matemático da época. Foi, de fato, o irascível e invejoso Bernoulli que, ao reconhecer o talento matemático do jovem Euler, tornou-se, talvez surpreendentemente, o protetor do mesmo e o salvou do destino traçado pelo pai, Paulus (1670-1745), que queria que seu filho o seguisse no ofício de pastor dos bons cidadãos da Suíça. O pai, contudo, cedeu de bom grado aos argumentos do ilustre analista. Euler, no entanto, nunca perderia a fé profunda que achou no lar dos seus pais e, ocasionalmente, embora com certo constrangimento, defendia o cristianismo contra os ateístas do Iluminismo francês.[1]

O que parecia lhe incomodar mais, porém, foi o monismo de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), especialmente na forma defendida por Christian Wolff (1679-1754). O espírito, segundo Wolff, é um mônada (simples e indivisível), o que, para Euler, era uma verdadeira afronta ao poder e majestade de Deus, bem como uma

[1] Para uma biografia de Euler, ver Fellmann (2007).

ofensa ao bom senso. Na carta XCII das *Lettres à une Princesse d'Allemagne* (Euler, 1770), afirmou que essa conceituação do espírito, pautada na ausência de extensão, o reduz a algo como um ponto geométrico. A inferência, argumentou Euler, não é válida, pois uma hora, por exemplo, também não tem extensão e nem por isto é simples ou indivisível. A natureza do tempo é tal que predicados envolvendo extensão não são a ele aplicáveis.

De fato, Euler (1770, p. 53) concordou plenamente que os corpos materiais são caracterizados por extensão, inércia e impenetrabilidade: L'éntendue, l'inertie, & l'impénétrabilité ſont des pròprietés des corps; les eſprits n'ont ni éntendue, ni inertie, ni impénétrabilité.

Queria, no entanto, exaltar o espírito porque é só o espírito que tem inteligência, vontade e liberdade, o que foi afirmado explicitamente por Euler (1770, p. 59-60) da seguinte maneira: Dans les corps il n'y a ni intelligence, ni volonté, ni liberté; ce ſont les qualités éminentés des eſprits, pendant que les corps n'en ſont pas même ſuſceptibles.

Sendo, então, matéria e espírito caracterizados dessa forma, é claro que é o espírito que dirige o ser inteligente, o que é possibilitado pela união da alma com o corpo. A referida união é vista como dádiva de Deus.

Em contraste a essa visão de Euler, a doutrina leibniziana/wolffiana, de que a alma é uma mônada, implica que não há interação mútua entre a alma e o corpo. Para explicar a aparente interação entre essas duas partes do indivíduo inteligente, era necessário recorrer a uma suposta harmonia preexistente. Assim, Euler argumentou que recebemos, por via da sensação, certas impressões, que produzem ideias na alma e, além disso, nos leva a acrescentar o juízo de que há coisas extramentais que causam as referidas impressões. Para sublinhar a ousadia dessa inferência (inválida!), Euler (1770, p. 74) exclamou[2]: "Quelle conſéquence?" Acreditou, não obstante, que a inferência procede, talvez apoiada pela fé religiosa, mas também sustentou que não

[2] Apesar do ponto de interrogação, a frase tem a força de uma exclamação.

conhecemos a causa das nossas sensações, nem como são produzidas. Isto é uma clara antecipação[3], embora bastante simplificada, da doutrina kantiana do *noumena*.

Faculdades da Alma

Visto, então, que a alma não é uma mônada, Euler distinguiu nela as seguintes faculdades, que são marcadas pelas suas funções:

(1.) A percepção. Adquire conhecimento do mundo extramental e o representa por meio de ideias.

(2.) A memória. Recorda e reapresenta ideias já adquiridas pela percepção.

(3a.) A atenção. Adquire conhecimento das ideias simples (veja a próxima seção) que coalescem num só objeto do pensamento.

(3b.) A atenção humana. Forma novas ideias por abstração.

(4.) O juízo. Afirma ou nega que uma noção é aplicável a outra.

(5.) O raciocínio.

Visto que Euler também chamava a memória de "imaginação", provavelmente concebesse a imaginação como a manipulação de ideias já armazenadas nesta faculdade, embora não afirmasse isto explicitamente.

O termo "atenção humana" é do presente autor, não de Euler. O matemático suíço apenas afirmou que a abstração é uma função da mente ligada à atenção. No entanto, sustentava que é uma função característica de seres racionais, fazendo com que os mesmos se distingam das "bestas". Não é claro, porém, se devemos atribuir à atenção as duas funções de perceber ideias complexas e de abstrair, ou se devemos postular duas faculdades distintas. A segunda opção seria mais acertada, pois as faculdades são determinadas pelas suas funções e as duas funções assinaladas são bastante diferentes.

[3] A primeira edição da *Crítica da Razão Pura* data de 1781.

Classificação de Ideias

As ideias podem ser classificadas de vários pontos de vista. Com referência à sua origem próxima, temos (ver cartas XCVIII e C):

$$\begin{cases} \text{ideias sensoriais - ideias presentadas pela sensação} \\ \text{ideias recordadas - ideias reapresentadas pela memória} \\ \text{noções - ideias formadas por abstração.} \end{cases}$$

Todas as ideias remontam, ultimamente, a ideias sensoriais; no entanto, as que foram armazenadas e reapresentadas pela memória são menos vivas do que as que estão sendo apresentadas diretamente pela sensação. Voltaremos à abstração mais adiante.

Podemos também conceber as ideias do ponto de vista da sua composição interna, Assim, temos:

$$\begin{cases} \text{ideas simples - ideias presentadas como não tendo partes} \\ \text{ideas complexas - ideias presentadas como compostas de partes.} \end{cases}$$

A distinção parece depender da apresentação que é feita e, de fato, Euler, disse explicitamente que, o que é dado à mente[4] como simples pode, às vezes, ser mostrado complexo por um ato de atenção. Isto levanta uma questão filosófica interessante, a saber, se há ideias absolutamente simples? Se houver, representam quais objetos? Infelizmente, Euler não abordou essa questão. Parece ter adotado uma posição prática referente à análise de argumentos. Os mesmos podem ser analisados com mais astúcia ou com menos astúcia, o que, por sua vez, necessita a revisão crítica periódica até dos teoremas mais conhecidos.

Seja isto como for, há duas condições necessárias para que o nosso conhecimento de uma ideia seja nítido, pois é necessário que a apresentação da

[4] Observe que Euler não distinguiu, pelo menos no presente contexto, entre "alma" e "mente".

mesma contenha as suas partes componentes e, ainda mais, é necessário que estejamos suficientemente atentos para reconhecermos as referidas partes. Assim, temos as seguintes duas classificações (ver carta XCIX):

ideias confusas - ideias cujas apresentações não contêm todas as suas partes componentes
ideias distintas - ideias cujas apresentações contêm todas as suas partes componentes.

ideias obscuras - ideias das quais não conhecemos as partes componentes
ideias claras - ideias das quais conhecemos as partes componentes.

Obviamente queremos ideias claras e distintas[5]. Para tanto, precisamos ser atentos e ter os devidos cuidados na observação, usando, quando apropriado, instrumentos para obter ideias mais distintas. Parece ser consequência dessas definições que, se existam, ideias absolutamente simples seriam claras e distintas.

Abstração

Como já vimos, a abstração ocorre quando prestamos atenção a uma parte de uma ideia complexa e a representamos como uma ideia separada, ou seja, uma noção. Ao contrário do que acontece com as ideias sensoriais, contudo, a representação de uma noção à mente não é acompanhada por um julgamento de existência. A partir de ideias sensoriais vermelhas, por exemplo, abstraímos a noção de vermelhidão, mas não somos impelidos a julgar que existe um ser extramental que corresponde à noção de vermelhidão.

Visto que uma ideia sensorial vermelha é parte de toda ideia complexa que se apresenta como sendo vermelho, a noção vermelhidão é associada a todas as ideias

[5] Visto que a História da Filosofia tem associado ideias claras e distintas com a doutrina cartesiana, pode-se pensar que Euler era seguidor de René Descartes (1596-1650). Foi, no entanto, radicalmente contra o racionalismo do referido filósofo francês.

contendo vermelho como uma das suas partes. Assim, noções podem ser chamadas de ideias gerais, pois se estendem a várias ideias sensoriais ao mesmo tempo.

Em contraste a esse tipo de noção, há abstrações que estabelecem certas ideias sensoriais como exemplares de si mesmos. Assim, uma determinada coisa que se vê no quintal de Euler é um exemplar da noção de macieira. Desse ponto de vista, a ideia sensorial é chamada um indivíduo, enquanto a noção é chamada a sua espécie. No entanto, visto que as próprias espécies são ideias complexas, elas podem ser concebidas como exemplares de outras abstrações, que passam a ser chamadas de gêneros.

Podemos contrastar esses dois tipos de noções da seguinte maneira:

$$\begin{cases}\text{ideias gerais}\\ \text{ideias sensoriais}\end{cases} \qquad \begin{array}{c}\text{gêneros}\\ |\\ \text{espécies}\\ |\\ \text{indivíduos}\end{array}$$

No primeiro caso, temos uma classificação de ideias do ponto de vista da sua extensão (ideias sensoriais sempre são, presumivelmente, singulares). Uma maçã[6] vermelha e uma cereja vermelha não são exemplares de vermelhidão, embora sejam exemplares de coisas vermelhas, enquanto vermelho escuro e vermelho claro são exemplares de vermelhidão. Em contraste, a planta no quintal de Euler e a no quintal de d'Alembert são exemplares, ou seja, indivíduos, da espécie macieira, que, por sua vez, é um exemplar do gênero árvore.

Talvez os exemplos indiquem que a distinção proposta por Euler tem pouca importância e que poderia ser unificada usando o conceito de conjunto, se o mesmo

[6] Seguimos o exemplo do próprio Euler a alternar entre modos analíticos de expressão e modos intuitivos de expressão, pois parece claro como estes podem ser reformulados em termos daqueles.

estivesse corrente na época do referido matemático suíço. Em qualquer caso, a sua análise lógica foi feita em referência à hierarquia gênero-espécie-indivíduo. Neste sentido, Euler usava o termo "ideia geral" na sua análise para se referir a gêneros e espécies.

Observamos ainda que há uma doutrina ontológica embutida na hierarquia proposta por Euler. A mesma, no entanto, pode ser separada da doutrina lógica e, de fato, os termos "gênero", "espécie" e "indivíduo" são aplicados, na prática, a quaisquer conjuntos. Seja planta, por exemplo, o gênero. Uma espécie dele pode ser árvore; em consequência, macieira seria um indivíduo da referida espécie. Mas, macieira claramente não é uma ideia sensorial. Do ponto de vista lógico, portanto, o que importa são as relações de inclusão mantidas entre as ideias e não o seu *status* ontológico.

Linguagem

Utilizamos palavras, segundo Euler, como signos que correspondem a ideias. Desta forma, o nosso pensamento geralmente procede por uma manipulação de palavras. Assim, parece subentendido, pois Euler não explicita isto, que as relações linguísticas são isomórficas às relações entre ideias, o que permite o raciocínio linguístico deduzir conclusões válidas sobre as ideias e, ultimamente, sobre as coisas extramentais que se presume que as ideias representam. Euler afirma que é o ofício da lógica aferir que as referidas manipulações, isto é, o raciocínio, são feitas corretamente.

É uma particularidade de linguagens mais perfeitas que a maioria das suas palavras representa noções e, portanto, o raciocínio geralmente aborda as relações entre gêneros espécies e indivíduos, onde esses conceitos são concebidos de forma lata conforme explicado na seção precedente do presente trabalho. Embora esse ponto de vista pareça, hoje em dia, um tanto limitado, é consoante com a visão da lógica como mais ou menos idêntica com a doutrina do silogismo categórico, o que era, de fato, o foco da investigação de Euler.

Assim, a lógica, para ser um estudo do nosso pensamento, é um estudo de linguagem, pois os objetos do nosso pensamento não são as entidades físicas do mundo, mas as palavras que denotam essas entidades: “De là on voit, que pour la plûpart les objets de nos penſées ne ſont pas tant les choſes mêmes, que lest mots, dont ces choſes ſont marquées dans la langue: & cela contribue beaucoup à faciliter notre adreſſe à penſer. (EULER, 1770, p. 98.). Isto é ainda mais óbvio, segundo Euler, para noções abstratas, como ‘virtude’.

Em todo caso, Euler define um juízo (*judgment*) como a afirmação, ou negação, da aplicabilidade de uma noção. Ao expressar um juízo em palavras, obtemos *proposições*. De forma geral, fazemos um juízo quando afirmamos, ou negamos, que a noção expressa pelo predicado de uma proposição se aplica ao sujeito da proposição. Tanto o sujeito, quanto o predicado (ou seja, o “atributo”), devem ser expressos por termos gerais e, portanto, as proposições consideradas são proposições categóricas. De fato, ele exemplifica a referida definição com uma proposição universal afirmativa. Ao dizermos “Todo homem é mortal”, reza o exemplo, fazemos o juízo de que a noção de mortalidade, expressa pelo predicado, se aplica ao sujeito, todos os homens. Em seguida, exemplifica, esquematicamente, as outras três proposições categóricas. Para fins de completude, listamos a seguir as formas dessas proposições:

Todo A é B.	Universal Afirmativa.
Nenhum A é B.	Universal Negativa.
Algum A é B.	Particular Afirmativa.
Algum A não é B.	Particular Negativa.

Os Diagramas de Euler para Proposições Categóricas

Com o intuito de facilitar a análise lógica de raciocínios mais complexos (os vários modos e figuras do silogismo), Euler desenvolveu um sistema iconográfico para representar esses tipos de argumentos. Segundo Martin Gardner (1968, p. 31),

> There is no doubt, however, that it was Leonhard Euler, the brilliant Swiss mathematician, who was responsible for introducing them [diagramas lógicos] into the history of logical analysis. … Here for the first time we meet

> with a geometrical system that will not only represent class statements and syllogisms in a highly isomorphic manner, but also can be manipulated for the actual solution of problems in class logic.

Assim, vemos que, embora a ideia de diagramas lógicos não fosse inteiramente original, Euler foi bastante inovador no sentido que desenvolveu um sistema de diagramas intuitivos que poderiam ser utilizados de forma prática para averiguar a validade de silogismos.

O primeiro passo no desenvolvimento do sistema de Euler é representar o juízo feito em cada um dos quatro tipos de proposições categóricas. Para tanto, considerou uma noção geral como contendo um número infinito[7] de objetos, os quais podem ser representados graficamente como incluídos num círculo. É fácil atribuir a Euler aqui um conhecimento precursor da Teoria dos Conjuntos. Isto, contudo, provavelmente seria uma falsa modernização do seu pensamento, pois a metáfora implícita no seu uso do círculo parece ser algo mais concreto – algo como um rebanho fechado dentro de uma cerca, o que seria mais apropriado para uma explicação para a princesa.

Visto que uma proposição universal afirmativa sustenta que o predicado é aplicável a todo objeto contido no sujeito, todos esses objetos devem ser contidos no predicado. Desta forma, o círculo que representa o sujeito deve ser totalmente incluído no círculo que representa o predicado (ver a Figura 1(a))[8]. Em contraste, uma proposição universal negativa veta a possibilidade de que qualquer objeto contido no sujeito também seja contido no predicado. Assim, os círculos que representam as duas noções são disjuntos (ver a Figura 1(b)). Mais uma vez, observamos que, embora seja muito fácil expressar essas relações em termos de operações com conjuntos, isto não parece justificado pelo texto euleriano.

[7] Euler, de fato, usa a palavra 'infinito', mas nada no texto depende desta enumeração.
[8] Os diagramas da Figura 1 se encontram em Euler (1770, p. 104). Os da Figura 2 se encontram em Euler (1770, p. 105). Ainda são colecionados numa tabela em Euler (1770, p. 106).

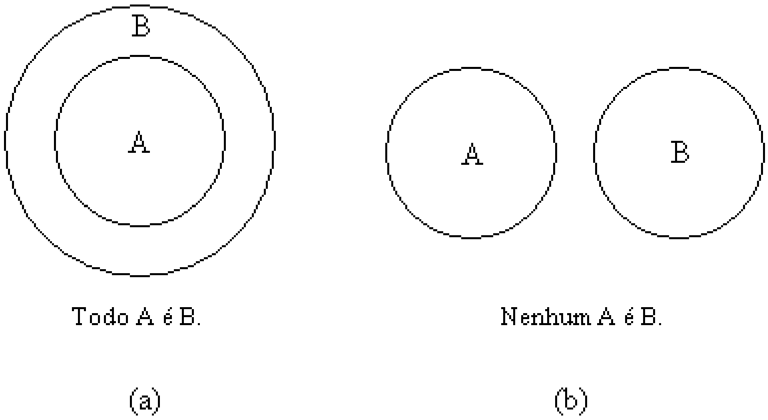


Figura 1. Diagramas para Proposições Universais.

Para as proposições particulares, Euler usou círculos intersectantes. A designação do sujeito (A) é colocada dentro da interseção (ver a Figura 2(a)), no caso da proposição particular afirmativa, enquanto que, no caso da particular negativa, a referida designação é colocada fora da interseção (ver a Figura 2(b)). É interessante observar que o próprio Euler constatou algumas ambiguidades nesses diagramas. Com efeito, a Figura 1(a) sustenta tanto a proposição "Todo A é B", quanto as proposições "Algum B é A" (e, presumivelmente, "Algum A é B") e "Algum B não é A" (mas, *não* "Algum A não é B"). A Figura 1(b) sustenta tanto "Nenhum A é B", quanto "Nenhum B é A". Finalmente, todos os dois diagramas da Figura 2 sustentam "Algum A é B", "Algum B é A", "Algum A não é B" e "Algum B não é A".

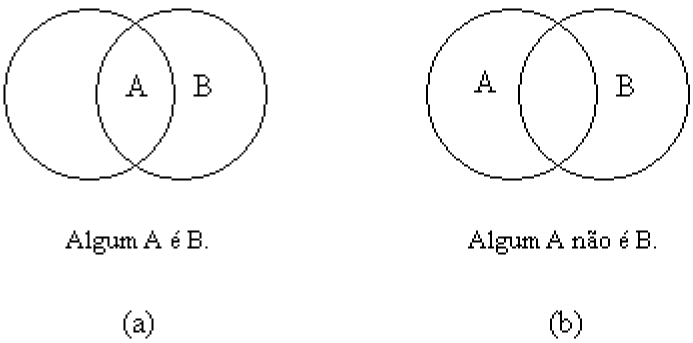


Figura 2. Diagramas para Proposições Particulares.

As ambiguidades observadas são devidas à pressuposição implícita de que cada setor dos diagramas representa um conceito que tem referentes e remonta à questão de "importância existencial" das várias proposições. Enquanto a lógica moderna considera a existência de conjuntos vazios como suporte para a matemática moderna, a atitude de Euler parece ser mais consoante com a análise da linguagem comum, como a que é feita, por exemplo, por H. P. Grice ou John Searle. Mesmo assim, do ponto de visto técnico, a interpretação de Euler parece ser falha no sentido que o posicionamento da letra A, nos dois diagramas da Figura 2, não representa uma diferença entre o conteúdo[9] de proposições particulares afirmativas e particulares negativas, mas apenas refletiria a suposição psicológica de que estamos atentos[10], num caso, às A que são B e, noutro, às A que não são B. Desta forma, só teríamos um tipo de proposição particular, o que não seria consoante com as diferentes disposições implicativas de proposições afirmativas e negativas, por exemplo, a regra geral de que só poderá ter uma conclusão negativa se uma das premissas for negativa.

Será instrutivo comparar os diagramas de Euler com a versão moderna[11] dos diagramas de Venn. Desse modo, as partes (a), (b), (c) e (d) da Figura 3 correspondem, respectivamente, às Figuras 1(a), 1(b), 2(a) e 2(b). A convenção para a interpretação desses diagramas é a seguinte: *sombreamento* = compartimento vazio, *x* = compartimento com elementos e *em branco* = nenhuma informação sobre o compartimento.

[9] A mesma crítica, em essência, foi feito por John Venn (1881) e Lewis Carroll (1896).

[10] Na descrição da Figura 2(b), Euler (1770, p. 105) usa linguagem que sugere a interpretação dado no texto: "mais on remarque ici principalement ..."

[11] Venn (1881) adota o sistema de George Boole e manipula a representação simbólica para determinar quais compartimentos estão vazios. Para o sistema de Boole, ver Boole (2011).

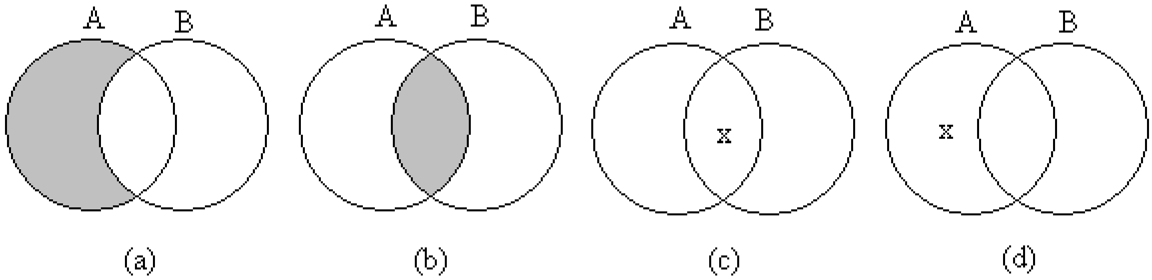


Figura 3. Diagramas de Venn.

É claro que, especialmente no caso das proposições universais, os diagramas de Venn são menos intuitivos do que os de Euler. Requerem também uma análise mais profunda para justificar a sua adoção. Por outro lado, em contraste aos diagramas de Euler, cuja iconografia apresenta-se de forma mais arbitrária, os de Venn utilizam um modelo único (dois[12] círculos intersectantes) que "break up the entire field into a definite number of classes or compartments which are mutually exclusive and collectively exhaustive" (VENN, 1881, p. 101). O modelo é então modificado (compartimentos sombreados ou munidos com x) de acordo com a informação contida na proposição. Desta forma, o procedimento se torna mais sistemático e menos ambíguo.[13]

Os Diagramas de Euler e a Validade de Silogismos

O estudante de lógica geralmente encontra os diagramas de Venn no contexto de determinar a validade ou invalidade de exemplos de silogismos. Euler, no entanto, inverteu o procedimento no sentido que ele, partindo de uma dada situação,

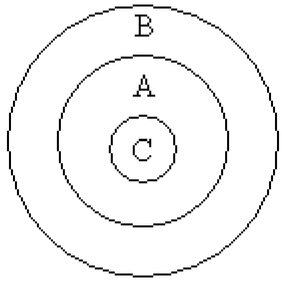
[12] Dois círculos são usados para proposições categóricos, pois essas proposições contêm dois "conceitos", o sujeito e o predicado. Proposições que contêm mais "conceitos" requeriam mais áreas (que não serão necessariamente circulares).
[13] Ainda há algumas ambiguidades, especialmente com referência à colocação de x em proposições particulares, mas são muito menores do que as presentes nos diagramas de Euler.

investigou quais condições adicionais seriam necessárias para garantir a validade.[14] Exemplificaremos o procedimento com a proposição universal afirmativa.

Suponhamos, junto com Euler, que temos a premissa universal afirmativa "Todo A é B", contendo os "conceitos" A e B. Como, então, deveria um terceiro "conceito" C relacionar-se com A e B para produzir um silogismo válido? O problema é resolvido por determinar as várias maneiras em que um círculo, representando o "conceito" C, poderá ser acrescentado ao diagrama da premissa, neste caso, a Figura 1(a).

Caso I. C é contido em A. Ver a Figura 4.

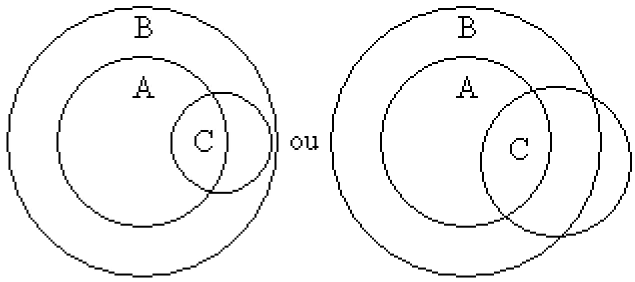
Todo A é B.
Todo C é A.
∴ Todo C é B.



Exemplo:[15] Toda árvore tem raízes.
Toda cerejeira é uma árvore.
Toda cerejeira tem raízes.

Figura 4.

Caso II. C é parcialmente contido em A. Ver a Figura 5.



Todo A é B.
Algum C é A.
∴ Algum C é B.

Figura 5.

[14] Esse procedimento é tipicamente euleriano. Na sua investigação de números amigáveis, por exemplo, ele estipulou certas condições gerais e, depois, procurou conjuntos de condições adicionas que poderiam permitir o cálculo de pares desse tipo de número. Ver Euler (no prelo).
[15] Nos demais casos, omitiremos o exemplo.

Caso (*). C é completamente fora[16] de A. Ver a Figura 6.

Nesse caso, conforme a referida figura, não podemos afirmar qualquer coisa sobre C em relação a B, pois C poderia ser contido em B, parcialmente contido em B ou fora de B. Assim, não há silogismo válido nesse caso.

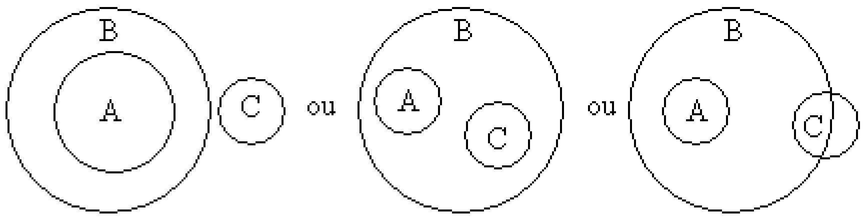


Figura 6.

Caso III. C é completamente fora de B. Ver a Figura 7.

Todo A é B.
Nenhum C é B (ou nenhum B é C).
∴ Nenhum C é A.

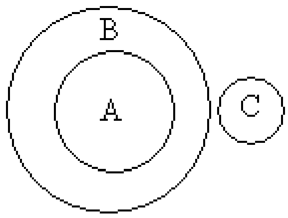


Figura 7.

Observe que no Caso (*), não sabemos quais das possibilidades se obtêm e, portanto, não há silogismo válido. No Caso III, em contraste, só há uma única possibilidade e isto gera o silogismo.

[16] Euler usou a designação *, em vez da esperada "Caso III", para o presente caso, provavelmente porque ele não produz silogismos válidos. Também seguimos Euler no uso da expressão "fora de", em vez da corrente "disjuntos" para evitar a falsa modernização do seu pensamento.

Caso IV. C é parcialmente fora de B. Ver a Figura 8.

Todo A é B.
Algum C não é B.
∴ Algum C não é A.

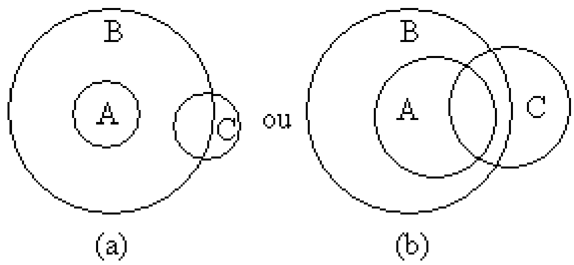


Figura 8.

Observamos que Euler só deu o diagrama da Figura 8(a). Embora 8(b) seja outra possibilidade, obviamente não afeta a conclusão.

Caso V. C contém B. Ver a Figura 9.

Todo A é B.
Todo B é C.
∴ Algum C é A.

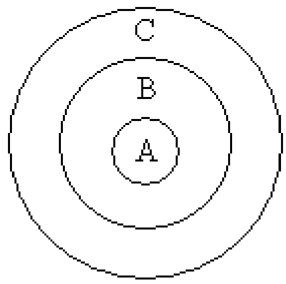


Figura 9.

Observamos ainda que a Figura 9 parece autorizar a conclusão mais forte de que "Todo A é C". O silogismo resultante, porém, é equivalente ao silogismo já obtido no Caso I. Para ver isto, basta trocar a ordem das premissas e fazer uma mudança de variáveis (pondo C no lugar de A e A no lugar de C). De fato, Euler fez exatamente isto para mostrar a seguinte equivalência:

Algum A não é B.		Todo C é B.		Todo A é B.
Todo C é B.	⇒	Algum A não é B.	⇒	Algum C não é B.
∴ Algum A não é C.		∴ Algum A não é C.		∴ Algum C não é A.

É também notório que todos os silogismos dados por Euler, exceto pelos dois que são o objeto da presente observação, são organizados segundo a forma tradicional, com a premissa maior no primeiro lugar, seguida pela premissa menor e tendo o termo menor representado por C. Visto que ele explicaria a terminologia tradicional só mais adiante, porém, ele não pôde utilizá-la, nesse ponto, na sua explicação à princesa.

Dos exemplos dados, o procedimento de Euler fica claro. Escolha-se, como a primeira premissa, uma proposição categórica com termos A e B e então investiga-se os seis subcasos em que a segunda premissa satisfaz uma das seguintes condições: $C \subset A$, $C \cap A = \varnothing$, $C \supset A$, $C \subset B$, $C \cap B = \varnothing$, $C \supset B$. É suposto que $A \neq C \neq B$ e $C \neq \varnothing$. A primeira suposição é procedente, pois a sinonímia não é afirmada pelas proposições categóricas e, portanto, não afeta a validade dos silogismos. A segunda suposição envolve a já mencionada controvérsia sobre a importância existencial, que será abordada brevemente mais adiante. Euler (1770, p. 123) explicitou o procedimento da seguinte maneira:

> Le fondement de toutes ces formes ſe réduit à ces deux principes ſur la nature de *contenant* & du *contenu*,
>
> *I. Tout ce qui eſt dans le contenu ſe trouve auſſi dans le contenant;* &
>
> *II. Tout ce qui eſt hors du contenant eſt auſſi hors du contenu.*

Aqui Euler (carta CIV) usou o termo “formas” para se referir aos “modos” (*modes*) do silogismo, visto que, como já mencionamos, a terminologia tradicional só será explicada mais adiante (carta CVI).

Nesse ponto, Euler (1770, p. 123) formulou, embora implicitamente, o critério de validade, ao afirmar que “ſi les deux prémiſſes ſont vraïes, la concluſion eſt auſſi infailliblement vraie”. No entanto, aceitou acriticamente a supervalorização da silogística que era comum até o surgimento da lógica moderna: “C’eſt auſſi le ſeul moyen de découvrir les vérités inconnues: chaque vérité doit toujours être La concluſion d’un syllogiſme, dont les prémiſſes ſont indubitablement varies”. (EULER, 1770, p. 123-124.)

Em seguida, Euler analisou alguns exemplos de silogismos. Na sua discussão apresentou diagramas, como o da Figura 10, em que um compartimento é marcado com um asterisco. O asterisco, contudo, não é usado de forma análoga ao seu uso nos diagramas de Venn para indicar a existência de elementos no referido compartimento, mas apenas como uma maneira fácil de identificar o compartimento e se referir ao mesmo durante a discussão.

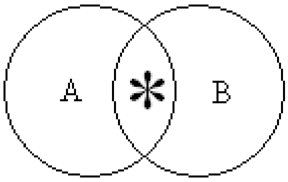


Figura 10.

Depois de apresentar a terminologia tradicional, Euler tabelou os 19 modos válidos segundo as quatro figuras da silogística. Usou Q para representar o termo maior e P para o termo menor. A seguir, listamos, sempre seguindo a enumeração de Euler, os referidos modos, acrescentando, para facilidade de referência, os nomes[17] mnemônicos latinos, embora Euler não os tenha usado.

M—Q
Primeira Figura: P—M
P—Q

1º Modo – *Barbara*:	2º Modo – *Darii*:
Todo M é Q. Todo P é M. ∴Todo P é Q	Todo M é Q. Algum P é M. ∴Algum P é Q.

[17] Há variações desses nomes, embora não no se diz referente aos vogais, pois, como se sabe, A = universal afirmativa, E = universal negativa, I = particular afirmativa e O = particular negativa.

3º Modo – *Celarent*:	4º Modo – *Ferio*:
Nenhum M é Q. Todo P é M. ∴Nenhum P é Q.	Nenhum M é Q. Algum P é M. ∴Algum P não é Q.

Segunda Figura:
Q—M
P—M
P—Q

1º Modo – *Camestres*:	2º Modo – *Baroco*:
Todo Q é M. Nenhum P é M. ∴Nenhum P é Q.	Todo Q é M. Algum P não é M. ∴Algum P não é Q.
3º Modo – *Cesare*:	4º Modo – *Festino*:
Nenhum Q é M. Todo P é M. ∴Nenhum P é Q.	Nenhum Q é M. Algum P é M. ∴Algum P não é Q.

Terceira Figura:
M—Q
M—P
P—Q

1º Modo – *Darapti*:	2º Modo – *Disamis*:
Todo M é Q. Todo M é P. ∴Algum P é Q.	Algum M é Q. Todo M é P. ∴Algum P é Q.
3º Modo – *Datisi*:	4º Modo – *Felapton*:
Todo M é Q. Algum M é P. ∴Algum P é Q.	Nenhum M é Q. Todo M é P. ∴Algum P não é Q.
5º Modo – *Feriso*:	6º Modo – *Bocardo*:
Nenhum M é Q. Algum M é P. ∴Algum P não é Q.	Algum M não é Q. Todo M é P. ∴Algum P não é Q.

Quarta Figura: Q—M
M—P
P—Q

1º Modo – *Bamalip*: Todo Q é M. Todo M é P. ∴Algum P é Q.	2º Modo – *Dimaris*: Algum Q é M. Todo M é P. ∴Algum P é Q.
3º Modo – *Camenes*: Todo Q é M. Nenhum M é P. ∴Nenhum P é Q.	4º Modo – *Fesapo*: Nenhum Q é M. Todo M é P. ∴Algum P não é Q.
5º Modo – *Fresison*: Nenhum Q é M. Algum M é P. ∴Algum P não é Q.	

Os 19 modos válidos dados por Euler são exatamente os 19 modos dados de alguma forma, segundo Bochenski (1970, p. 72), por Aristóteles. Ainda restam os cinco modos “enfraquecidos”, assim denominados porque neles a conclusão é particular, embora as premissas sustentem uma conclusão universal. Todos os cinco modos enfraquecidos envolvem a questão da importância existencial, pois, a partir de duas premissas universais, conclui-se uma proposição particular. Do ponto de vista da lógica moderna, os referidos modos são inválidos, porque, quando o termo menor representa um conjunto vazio, as premissas podem ser verdadeiras e a conclusão falsa. Isso, no entanto, não parece ser a razão pela qual Euler não contemplou esses modos, visto que ele incluiu na sua lista quatro modos (Darapti, Felapton, Bamalip e Fesapo) que são inteiramente semelhantes nesse respeito. Analisaremos, a seguir, os referidos modos com os diagramas de Euler.

Visto que já diagramamos Bamalip na Figura 9, exemplificaremos o argumento com esse modo. Na referida figura, A é o termo maior (Q), C é o termo menor (P) e B o termo médio (M). Dessa forma, a Figura 9 mostra claramente que, a partir das premissas “Todo Q é M” e “Todo M é P”, seria inválido inferir “Todo P é Q”. Portanto, na quarta figura da silogística, o modo AAA não é válido. Em consequência, Bamalip não é um modo enfraquecido, pois não há um modo válido mais forte, na referida figura da silogística, ao qual Bamalip seria subalterno[18]. Mas, o mesmo diagrama (Figura 9) mostra que $Q \subset P$, logo, no caso em que $P \cap Q \neq \emptyset$, teremos “Algum P é Q”. Mas, aqui a suposição implícita de que $P \cap Q \neq \emptyset$ é equivalente à importância existencial, que é aceita pelas “suposições conversacionais”, mas não pela lógica moderna. Análises análogas mostram que Darapti, Felapton, e Fesapo também incorrem na importância existencial, mas não são modos enfraquecidos.

Os cinco modos enfraquecidos são Barbari (subalterno de Barbara), Celaront (subalterno de Celarent), Cesaro (subalterno de Cesare), Camestrop (subalterno de Camestres) e Calemop (subalterno de Camenes). Consideremos Barbari, um modo da primeira figura da silogística. As duas premissas universais afirmativas foram diagramadas na Figura 4, onde B é o termo maior (Q), A o termo médio (M) e C o termo menor (P). O diagrama da Figura 11(a) reproduz a Figura 4, usando as letras P, M, Q. Na Figura 11(b) suprimimos a representação do termo médio para realçar a relação entre o termo maior e o menor. Vemos claramente que isso é do mesmo tipo que o diagrama da Figura 1(a) e, portanto, sustenta a conclusão “Todo P é Q”, ou seja, o modo Barbara. No entanto, já vimos que Euler interpretava seus diagramas de forma ambígua e, em particular, 11(b) também poderia ser interpretado como “Algum P é Q”. Desta forma, “Algum P é Q” também seria uma conclusão legítima das premissas, ou seja, teríamos também Barbari como um modo válido. Os outros modos enfraquecidos podem ser analisados de forma análoga.

[18] Proposição I é subalterna de A, enquanto O é subalterna de E. Na lógica tradicional uma proposição implica na sua subalterna. Assim sendo, os modos enfraquecidos são também denominados “modos subalternos”.

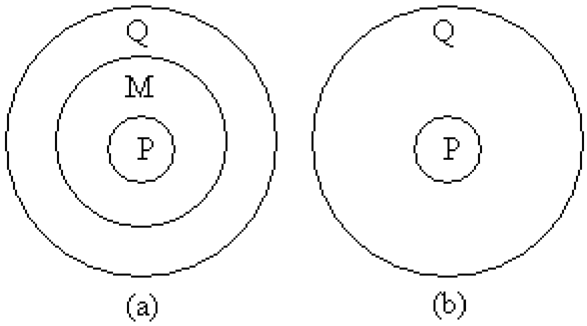


Figura 11.

É possível transformar Bamalip em Barbari pelo expediente de trocar a ordem das premissas, fazer uma troca de variáveis e utilizar uma equivalência:

Bamalip:						
Todo Q é M.		Todo M é P.		Todo M é Q.		Todo M é Q.
Todo M é P.	$\Rightarrow$	Todo Q é M.	$\Rightarrow$	Todo P é M.	$\Rightarrow$	Todo P é M.
$\therefore$ Algum P é Q.		$\therefore$ Algum P é Q.		$\therefore$ Algum Q é P.		Algum P é Q.
						Barbari

A equivalência usada na transformação é a de que “Algum X é Y” é equivalente a “Algum Y é X”. Isto mostraria, segundo o raciocínio de Euler, que Barbari não é um novo modo e é, de fato, equivalente a Bamalip. Ao usar a equivalência de que “Nenhum X é Y” é equivalente a “Nenhum Y é X”, pode-se transformar não somente Cesaro em Celaront e Camestrop em Celemop, mas também Felapton em Fesapo. A última transformação, porém, faz equivalentes dois modos dos 19 dados por Euler e, portanto, sua lista deveria ser reduzida a apenas 18 modos válidos.[19]

Outra possibilidade seria negar que a equivalência de modos procede ao usar a equivalência entre proposições.[20] Seria, então, possível sustentar que os modos enfraquecidos resultam de silogismos munidos de inferências adicionais. Neste sentido, para Barbari, teríamos:

[19] De fato a redução seria maior ainda, pois há outros casos semelhantes.

[20] A equivalência considerada no texto é chamada, tradicionalmente, “conversão” é foi reconhecida como válida para as proposições universal negativa e particular afirmativa.

Barbara:				
Todo M é Q.				Todo M é Q.
Todo P é M.	e	Todo P é Q.	$\Rightarrow$	Todo P é M.
$\therefore$ Todo P é Q.		$\therefore$ Algum P é Q.		$\therefore$ Algum P é Q.
				Barbari

Se o argumento proposto fosse considerado válido, certamente não poderia ser usado para mostrar que Barbari e Barbara são equivalentes. É difícil, no entanto, entender como o modo de validar Barbari o desqualificaria como um modo da silogística.

Concluímos, da discussão contida nos cinco parágrafos anteriores, que a análise de Euler é, no mínimo, incompleta.

Finalmente, podemos contrastar o uso dos diagramas de Euler para determinar a validade de silogismos com o uso de diagramas de Venn para a mesma finalidade. Exemplificamos primeiro com Darii:

Todo M é Q.
Algum P é M.
$\therefore$ Algum P é Q.

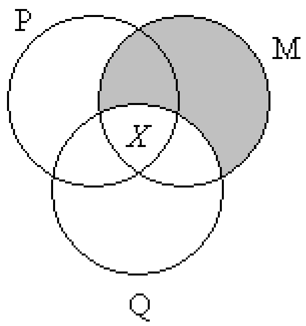


Figura 12.

A premissa maior é universal afirmativa e, assim, pelas convenções dos diagramas de Venn os compartimentos cujos elementos são M, mas não Q, são vazios. A premissa menor afirma a existência de algo que é P e M. Há só um compartimento restante em que isto acontece; assim, coloca-se *X* nesse compartimento. O *X*, contudo, também está contido no círculo dos Q. Logo, há algo que é tanto P quanto Q, o que é a afirmação da conclusão. Assim, Darii é um modo válido.

Da descrição do procedimento, vemos que as mesmas vantagens e desvantagens, que tínhamos observadas no final da seção anterior, também ocorrem aqui. Os diagramas de Euler são mais intuitivos, mas mudam de aspecto com cada modo e, consequentemente, requerem que se tenha muita atenção para desenhar todas as possibilidades lógicas (ver, por exemplo, a Figura 6). Também são sujeitos a ambiguidades de interpretação. Os diagramas de Venn, em contraste, apresentam um modelo único (três círculos intersectantes), que é modificado (compartimentos sombreados ou munidos com *X*) de acordo com a informação contida nas premissas. Logo, o procedimento é basicamente mecânico e quase livre de ambiguidades. Em alguns casos, especialmente quando a premissa universal não elimina um compartimento relevante, a colocação da letra *X* é feita sobre a linha dividindo os dois compartimentos (ver a Figura 13(a)). Isto, no entanto, é de fato apenas uma abreviação para o diagrama da Figura 13(b). Na prática, porém, essa pequena ambiguidade não afeta a eficácia do procedimento.

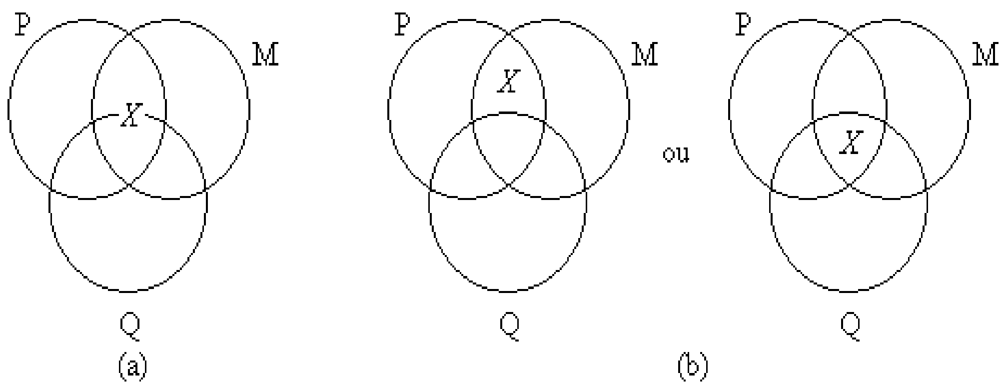


Figura 13.

Consideremos agora o diagrama de Venn para Barbara e Barbari, cujas premissas são idênticas.

Barbara:	*Barbari*:
Todo M é Q.	Todo M é Q.
Todo P é M.	Todo P é M.
∴ Todo P é Q.	∴ Algum P é Q.

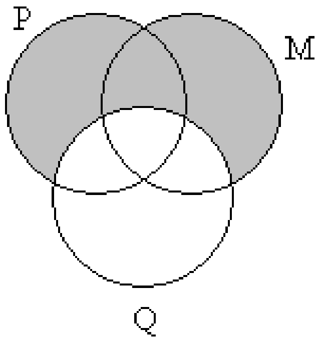


Figura 14.

As duas premissas, segundo as convenções dos diagramas de Venn, afirmam que os compartimentos representando elementos M, mas não Q, e elementos P, mas não M, são vazios (ver a Figura 14). Desta forma, todo compartimento representando elementos que são P, mas não Q, são também vazios, o que sustenta a conclusão "Todo P é Q". Logo, Barbara é um modo válido. Os dois compartimentos que representam elementos que são tanto P quanto Q, no entanto, estão em branco. Sendo assim, não temos informação alguma sobre esses compartimentos e, portanto, não podemos afirmar que haja (nem que não haja) qualquer elemento nesses compartimentos (para tanto, precisaríamos um *X* num desses compartimentos). Logo, Barbari é um modo inválido.

Dados esses resultados, fica claro que os diagramas de Euler são mais apropriados para contextos em que se leva em consideração as já mencionadas "suposições conversacionais", enquanto os diagramas de Venn são mais apropriados em contextos em que a lógica é vista como substrato da matemática moderna.

As Regras para a Silogística

Euler listou, com alguns comentários, mas sem qualquer tentativa séria de demonstração, as seguintes regras para modos válidos da silogística:

1. Nenhuma conclusão[21] pode ser inferida de duas premissas negativas.

2. Nenhuma conclusão pode ser inferida de duas premissas particulares.

3. Se uma premissa for negativa, a conclusão também será negativa.

4. Se uma premissa for particular, a conclusão também será particular.

5a. Se as duas premissas forem afirmativas, a conclusão também será afirmativa.

b. Mas, se as duas premissas forem universais, a conclusão poderá ser particular.

Proposições singulares, cujo sujeito é o nome de um indivíduo, devem ser tratadas, segundo Euler, como proposições universais, visto que a proposição afirma (ou nega) algo sobre todos os elementos compreendidos pelo sujeito. Assim, a proposição "Virgílio era um grande poeta" afirma que todo mundo indicado pelo nome 'Virgílo' era um grande poeta. Claramente, o nome 'Virgílio' é entendido como tendo um único referente, sendo ele o poeta latino Publius Vergilius Maro, e não, por exemplo, o escritor português Virgílio Antonio Ferreira. O raciocínio é mais facilmente, embora anacronicamente, expresso pela Teoria dos Conjuntos. Para tanto, P = {Virgílio} e Q = (x: x é um grande poeta}. Assim, visto que P é um conjunto unitário, "Todo P é Q" significa "Virgílio era um grande poeta". O raciocínio não é, no entanto, inteiramente convincente, pois "Algum P é Q" também significa "Virgílio era um grande poeta". O problema básico é que proposições singulares não são proposições categóricas, mas precisam ser tratadas como categóricas para dar verossimilhança à ideia de que todo o raciocínio válido pode ser compreendido pela silogística.

Silogismos Compostos

Na última carta (CVIII) sobre assuntos lógicos, Euler abordou os silogismos compostos. Esses silogismos são argumentos baseados nos conectivos sentenciais,

[21] Obviamente entende-se aqui "nenhuma conclusão silogística".

instanciados de tal maneira a conectar proposições categóricas. Neste sentido, as proposições categóricas são concebidas como "proposições simples" (*ſimples*), enquanto as proposições compostas (*compoſées*) são formadas das simples e conectivos sentenciais. Desta forma, em vez de elaborar, por exemplo, *modus ponens* na sua plena generalidade, elabora-o da seguinte forma:

Se A é B, então C é D.
A é B.
∴ C é D.

É interessante observar que, na expressão "A é B", a indicação tanto da quantidade, quanto da qualidade, é suprimida. Euler não fez observação alguma sobre esse fato, mas claramente serve a dois propósitos. Em primeiro lugar, expressa de forma geral "proposição categórica", de tal forma que "A é B" poderá ser considerada qualquer um dos quatro tipos dessas proposições. Em segundo lugar, simplifica a estrutura do argumento para que a negação das proposições E e O não se confundam com a negação estrutural de tais argumentos como *modus tollens*. Em relação ao segundo propósito, poderíamos interpretá-lo mais uma vez como um instrumento de generalização ao supor que a forma geral

Se M é N, então R é S.
R não é S.
∴ M não é N.

significa os seguintes argumentos, onde A, E, I e O representam os quatro tipos de proposições categóricas[22]:

Se A, então A'.	Se A, então E.	Se A, então I.	Se A, então O'.	
O'.	I.	E.	A'.	*etc.*, *etc.*
∴ O.	∴ O.	∴ O.	∴ O.	

A exposição de Euler é, contudo, tão resumida que não é possível decidir entre as duas alternativas.

[22] Precisam-se também os fatos de que A e O, bem como E e I, são contraditórios. Essas bem conhecidas relações são dadas no "quadro de oposição". Ver, por exemplo, Bochenski (1970, p. 59).

Entre os silogismos hipotéticos, Euler investiga a estrutura de *modus ponens*, *modus tollens* e as duas falácias associadas. Ainda menciona, sem maiores discussões, dois silogismos disjuntivos, com o "ou" exclusivo.

Conclusão

Pelo visto, a lógica exposta por Euler nas *Lettres à une Princesse d'Allemagne* é uma versão básica da lógica tradicional aceita na época. Era apoiada por uma epistemologia eclética, às vezes intrigante, mas sempre abordada com pouca profundidade, o que, aliás, é bastante apropriada se concebemos a princesa como uma principiante nos assuntos abordados. Neste sentido, os diagramas que ele usou para explicar a doutrina lógica também são apropriados à sua audiência. Mas, é exatamente no seu uso dos referidos diagramas que podemos ver a genialidade criativa de Euler florescer, pois inventou um sistema interessante de diagramas que pode ser manejado dinamicamente para determinar a validade ou invalidade do silogismo categórico tradicional (com importância existencial). Embora o sistema euleriano de diagramas requeira certos cuidados na sua aplicação para que todas as possibilidades lógicas sejam contempladas, devido ao fato de que não há no sistema dele, em contraste aos diagramas de Venn, uma matriz única aplicável a todos os silogismos categóricos, é uma apresentação gráfica assaz intuitiva para a investigação da validade do silogismo tradicional.[23]

Referências

BOCHENSKI, I. M. *A History of Formal Logic*. Tradução de Ivo Thomas. New York: Chelsea, 1970. [Originalmente *Formale Logik*. Freiburg: Verlag K. Alber, 1956.]

BOOLE, George. *Uma Investigação das Leis do Pensamento*. Tradução de Giselle Costa de Sousa e John A. Fossa. Natal: EDUFRN, 2011. [Originalmente *An Investigation of Laws of Thought*. London: Walton and Maberley, 1854.]

[23] Agradeço aos colegas Disnah Barroso Rodrigues e Fernando Guedes Cury, bem como a um parecerista anônimo da Revista, por sugestões referentes à correção gramatical do presente trabalho.

CARROLL, Lewis. *Symbolic Logic*. London: Macmillian, 1896.

EULER, Leonhard. Tradução de Sarah Mara Silva Leôncio, John A. Fossa e Fabricio Possebon. *Sobre Números Amigáveis*. Natal: EDUFRN, no prelo. [Originalmente *De numeris amicabilius*. Em *Nova acta eruditorum* (1747); *Opuscula varii argumenti* (1750); *Commentationes arithmeticae* (1849).]

______. *Lettres à une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*. Tome Second. Mietau et Leipsic: Steidel et Compagnie, 1770. [Originalmente São Petersburgo: Academia Imperial das Ciências, 1768.]

FELLMANN, Emil A. *Leonhard Euler*. Basel: Birkhäuser, 2007.

GARDNER, Martin. *Logic Machines, Diagrams and Boolean Algebra*. New York: Dover, 1968.

VENN, John. *Symbolic Logic*. London: Macmillian, 1881.

Doutor em Educação Matemática (Texas A&M Universyte System)
Professor de Filosofia - UFRN
E-mail: jfossa@oi.com.br